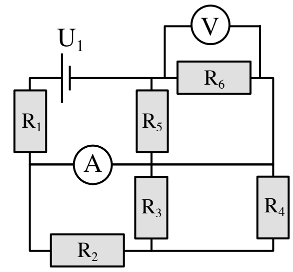
ETH-Aufnahmeprüfung Herbst 2015

Physik

Aufgabe 1 [4 pt + 4 pt]: zwei unabhängige Teilaufgaben

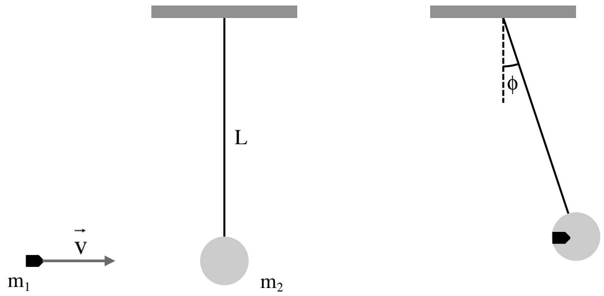


a) Betrachten Sie den angegebenen Stromkreis: berechnen Sie die Werte, die von den Messgeräten (Ampere- und Voltmeter) angegeben werden. Die elektrischen Leitungen sind als widerstandslos zu betrachten.
- Spannungsquelle: $U_1 = 12$ V
- Widerstände: $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 7\ \Omega$, $R_4 = 8\ \Omega$, $R_5 = 6\ \Omega$, $R_6 = 3\ \Omega$

b) Die Grafik nebenan stellt die Geschwindigkeit einer geradlinigen Bewegung als Funktion der Zeit dar.
Bestimmen Sie die Beschleunigung in jedem Teilabschnitt sowie die Entfernung zwischen Start- (t = 0 s) und Endpunkt (t = 15 s).

Aufgabe 2 [7 pt]

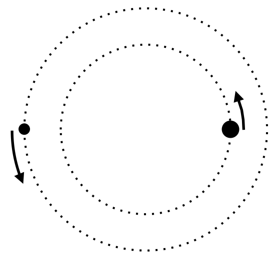
Mit einem Luftgewehr wird ein Geschoss ($m_1 = 0.5$ g) horizontal gegen ein ruhendes Pendel gefeuert ($m_2 = 100$ g, $L = 1$ m). Das Geschoss dringt in das Pendel ein und verformt sich dabei. Beim Pendel wird eine maximale Auslenkung von $\phi = 12°$ gemessen. Der Luftwiderstand ist zu vernachlässigen.



a) Bestimmen Sie die Mündungsgeschwindigkeit des Geschosses (Geschwindigkeit des Geschosses beim Verlassen des Gewehrs).

b) Welchen Anteil (in %) der mechanischen Energie hat das System durch Deformationsarbeit und Wärme verloren?

Aufgabe 3 [7 pt]

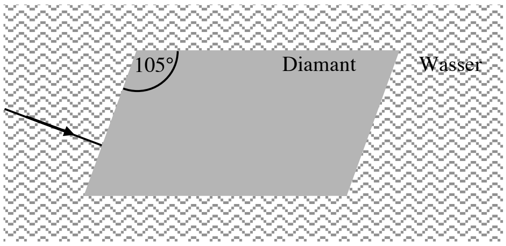


Ein Doppelsternsystem besteht aus zwei roten Zwergen, die auf kreisförmigen Bahnen um den gemeinsamen Schwerpunkt kreisen.

a) Bestimmen Sie den Radius der Bahn des massenreicheren roten Zwergs.
Gegeben:
- Masse der zwei Sterne: $m_1 = 0.2\ m_\odot$, $m_2 = 0.5\ m_\odot$ ($m_\odot$: Sonnenmasse)
- Abstand zwischen m_1 und m_2: $d = 150$ AE (AE: astronomische Einheit).

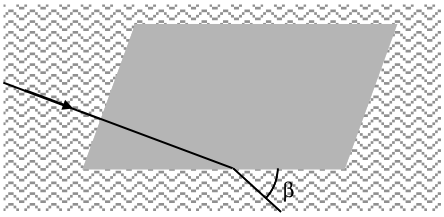
b) Seien nun m_1, m_2 und d beliebige Werte. Ermitteln Sie mithilfe von m_1, m_2 und d eine allgemein gültige Formel für die Bestimmung der Kreisfrequenz der zwei Sterne.

Aufgabe 4 [5 pt]
Ein gelber Lichtstrahl trifft senkrecht auf die Oberfläche eines vollständig im Wasser eingetauchten Diamanten (vgl. Figur: der Querschnitt des Diamanten ist ein Parallelogramm).

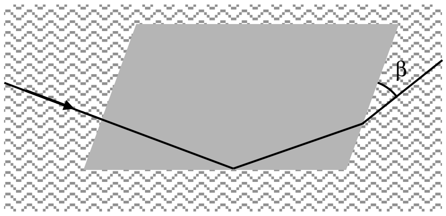


a) Welche der angegebenen Varianten gibt den weiteren Verlauf des Lichtstrahls richtig (wenn auch unvollständig) wieder?

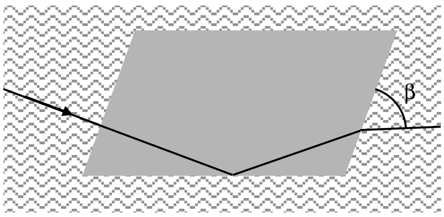
(I)



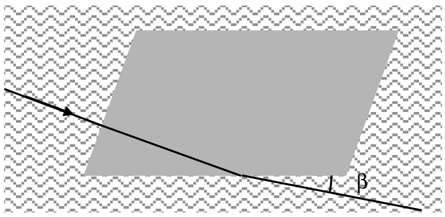
(II)



(III)



(IV)



b) Warum sind alle angegebenen Varianten auf jeden Fall unvollständig? Was fehlt überall?

c) Bestimmen Sie den Winkel β der unter Teilaufgabe a) gewählten Variante.

Aufgabe 5 [7 pt]

Ein verformbarer, nicht prall gefüllter Ballon* (m_{Ballon} = 1 g) enthält eine bestimmte Menge O_2.

a) Der Ballon liegt am Meeresstrand (p = 1.025 bar, ϑ = 35°C), sein Volumen beträgt 0.7 dm^3. Bestimmen Sie die Masse des darin enthaltenen O_2-Gases.

b) Der Ballon wird nun unter Wasser gezogen. Ab welcher Tiefe beginnt der Ballon selbständig zu sinken? (ϑ_{Wasser} = 4°C)

Annahmen:
- O_2 verhält sich wie ein ideales Gas.
- Die Ballonmembran ist vernachlässigbar dünn.
- Für das Salzwasser soll man eine konstante mittlere Dichte von 1020 kg/m^3 annehmen.

(*Die Oberflächenspannung des Ballons beträgt 0 N/m.)

Lösungen Physik – Herbst 2015

Die Note N berechnet sich für die Punktzahl p gemäss der Formel $N = 1 + \frac{p}{6}$, wobei auf halbe Noten zu runden ist (Viertelnote aufrunden).

Lösung 1. a)

Der untere Teil des Stromkreises kann vernachlässigt werden. **[1 pt]**

Somit sind R_5 und R_6 parallel geschaltet, R_1 in Serie dazu: $R_{tot} = R_1 + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)^{-1} = 6\,\Omega$ **[1 pt]**

Amperemeter: $I = \frac{U_1}{R_{tot}} = 2\,A$ **[1 pt]**

Voltmeter: $U_2 = \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)^{-1} \cdot I = 4\,V$ **[1 pt]**

Lösung 1. b)

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Beschleunigung für das Zeitintervall [0 s; 6 s]:} & a_1 = 1\,m/s^2 \\ \text{Beschleunigung für das Zeitintervall [6 s; 11 s]:} & a_2 = 0\,m/s^2 \\ \text{Beschleunigung für das Zeitintervall [11 s; 15 s]:} & a_3 = -2\,m/s^2 \end{array}\right\} \textbf{[2 pt]}$$

Abstand zwischen Start- und Endpunkt:

- Variante 1: „Fläche unter der Kurve“ $s = \frac{6s \cdot 6\,m/s}{2} + 5\,s \cdot 6\,m/s + \frac{3s \cdot 6\,m/s}{2} - \frac{1s \cdot 2\,m/s}{2} = 56\,m$
- Variante 2: mit der Formel $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$$s = \left[\frac{1}{2} \cdot 1\,m/s^2 (6\,s)^2\right] + \left[6\,m/s \cdot 5\,s\right] + \left[6\,m/s \cdot 4\,s - \frac{1}{2} \cdot 2\,m/s^2 (4\,s)^2\right] = 56\,m$$

[2 pt]

Lösung 2. a)
Sei v die gesuchte Mündungsgeschwindigkeit, w die Geschwindigkeit des Pendels nach Eintreten des Geschosses.

Impulserhaltung beim Eindringen des Geschosses in das Pendel:

(I) $m_1 v = (m_1 + m_2) w$ **[1 pt]**

Energieerhaltung beim Schwenken des Pendels:

(II) $\frac{1}{2}(m_1 + m_2) w^2 = (m_1 + m_2) g h$ **[1 pt]**

Höhenunterschied des Pendels:

(III) $h = L - L \cdot \cos(\phi) \quad (\approx 0.02185\,\mathrm{m})$ **[1 pt]**

Aus (II) und (III) folgt:

(IV) $w = \sqrt{2gL(1-\cos(\phi))} \quad (\approx 0.6548\,\mathrm{m/s})$ **[1 pt]**

Aus (I) und (IV) folgt:

(V) $v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} w = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gL(1-\cos(\phi))} \quad \approx 131.612\,\mathrm{m/s}$ **[1 pt]**

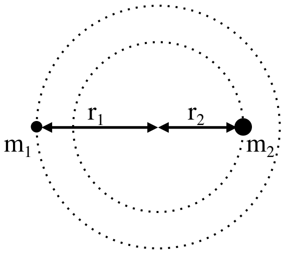
Lösung 2. b)
Energieverlust:

(VI) $\Delta E = E_{kin,\,Start} - E_{pot,\,Ende} = \frac{1}{2} m_1 v^2 - (m_1 + m_2) g h \approx 4.3333\ \mathrm{J} - 0.0215\ \mathrm{J} = 4.3118\ \mathrm{J}$ **[1 pt]**

Anteil:

(VII) $\frac{\Delta E}{E_{kin,\,Start}} \approx \frac{4.3118\ \mathrm{J}}{4.3333\ \mathrm{J}} \approx 0.995 = 99.5\%$ **[1 pt]**

Lösung 3. a)
Erste Variante



Abstand: (I) $d = r_1 + r_2 = 150\,\text{AE}$

Gravitationskraft = Zentripetalkraft:

$$\left.\begin{aligned} & F_{Z_1} = F_G = F_{Z_2} \\ & \text{(I)}\quad m_1 r_1 \omega^2 = m_2 r_2 \omega^2 \\ & \Rightarrow\quad m_1 r_1 = m_2 r_2 \end{aligned}\right\}\quad \textbf{[2 pt]}$$

(I) einsetzen: (II) $m_1\left(d - r_2\right) = m_2 r_2$

(II) nach r_2 auflösen (III) $r_2 = \dfrac{m_1 \cdot d}{m_1 + m_2} \approx 42.86\,\text{AE}$ **[1 pt]**

Lösung 3. b)

Aus $F_G = F_Z$ folgt:

$$\left.\begin{aligned} & \text{(IV)}\quad G\frac{m_1 m_2}{d^2} = m_1 r_1 \omega^2 \\ & \text{(V)}\quad G\frac{m_1 m_2}{d^2} = m_2 r_2 \omega^2 \end{aligned}\right\}\quad \textbf{[1 pt]}$$

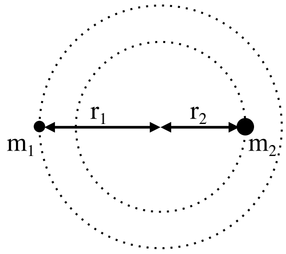
Gleichungen (IV) und (V) vereinfachen und addieren:

(VI) $\left(r_1 + r_2\right)\omega^2 = G\dfrac{m_1 + m_2}{d^2}$ **[2 pt]**

(VII) $\omega = \sqrt{G\dfrac{m_1 + m_2}{d^3}}$ **[1 pt]**

(Verallgemeinerung des dritten Kepler'schen Gesetzes)

Lösung 3. a)
Zweite Variante – andere Punkteverteilung, falls die Formel des Gravitationsgesetzes schon bei der ersten Teilaufgabe explizit angewendet wird.



Abstand: (I) $d = r_1 + r_2 = 150\,\text{AE}$

Gravitationskraft = Zentripetalkraft: $F_G = F_Z$

(II) $G\dfrac{m_1 m_2}{d^2} = m_1 r_1 \omega^2$

(III) $G\dfrac{m_1 m_2}{d^2} = m_2 r_2 \omega^2$ **[2 pt]**

Gleichungen (II) und (III) gleichsetzen: (IV) $m_1 r_1 = m_2 r_2$ **[1 pt]**

(I) einsetzen: (IV) $m_1 (d - r_2) = m_2 r_2$

(IV) nach r_2 auflösen (V) $r_2 = \dfrac{m_1 \cdot d}{m_1 + m_2} \approx 42.86\,\text{AE}$ **[1 pt]**

Lösung 3. b)

Gleichungen (II) und (III) vereinfachen und addieren:

(VI) $(r_1 + r_2)\omega^2 = G\dfrac{m_1 + m_2}{d^2}$ **[2 pt]**

(VII) $\omega = \sqrt{G\dfrac{m_1 + m_2}{d^3}}$ **[1 pt]**

(Verallgemeinerung des dritten Kepler'schen Gesetzes)

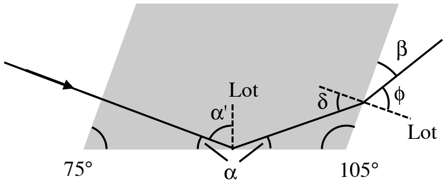
Lösung 4. a)

Richtige Variante: (II) **[1 pt]**

Lösung 4. b)

Im Brechungspunkt fehlt der reflektierte Strahl. **[1 pt]**

Lösung 4. c)



- $\alpha = 15°$ $\Rightarrow$ $\alpha' = 75°$
- Grenzwinkel: $\sin(\alpha_G) = \frac{n_{Wasser}}{n_{Diamant}} = \frac{1.333}{2.4173}$ $\Rightarrow$ $\alpha_G = 33.466° < \alpha'$ $\Rightarrow$ Totalreflexion **[1 pt]**
- $\delta = 30°$
- Brechungswinkel: $\frac{\sin(\delta)}{\sin(\phi)} = \frac{n_{Wasser}}{n_{Diamant}} = \frac{1.333}{2.4173}$ $\Rightarrow$ $\phi = 65.055°$ $\Rightarrow$ $\beta = 24.945°$ **[2 pt]**

Lösung 5.a)

Zustandsgleichung der id. Gase: $pV = nRT \quad \Rightarrow \quad n = \frac{pV}{RT} = \frac{102'500\,\mathrm{Pa} \cdot 0.0007\,\mathrm{m}^3}{8.3145\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}} \cdot 308.15\,\mathrm{K}} = 0.028\,\mathrm{mol}$ **[2 pt]**

Molare Masse von O_2: $M = 0.032\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$

Masse O_2: $m = M \cdot n = 0.000896\,\mathrm{kg}$ **[1 pt]**

Lösung 5.b)

«Kritische» Tiefe: $F_G = F_A$

wobei:
- $F_G = (m_{Ballon} + m_{Gas}) \cdot g$
- $F_A = \rho_{Salzwasser} \cdot g \cdot V_{verd.Fl.}$ **[1 pt]**

Es folgt: $V_{verd.Fl.} = \frac{m_{Ballon} + m_{Gas}}{\rho_{Salzwasser}} \approx 1.8588 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$ **[1 pt]**

Druck im Wasser in der Tiefe h: $p_h = p_S + p_{Luft} = \rho_{Salzwasser} \cdot g \cdot h + 102'500\,\mathrm{Pa}$

Zustandsgleichung der id. Gase: $pV = nRT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{nRT}{V}$, wobei $T = 277.15\mathrm{K}$

Druckgleichgewicht: $\frac{nRT}{V} = \rho_{Salzwasser} \cdot g \cdot h + p_{Luft}$ **[1 pt]**

Es folgt: $h = \frac{\frac{nRT}{V} - p_{Luft}}{\rho_{Salzwasser} \cdot g} \approx 3459\mathrm{m}$ **[1 pt]**

Die Vernachlässigung des Luftdrucks bei der Berechnung des Drucks im Wasser soll zu keinem Punktabzug führen. In diesem Fall ist $h \approx 3469\,\mathrm{m}$.