

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Herbst 2013**

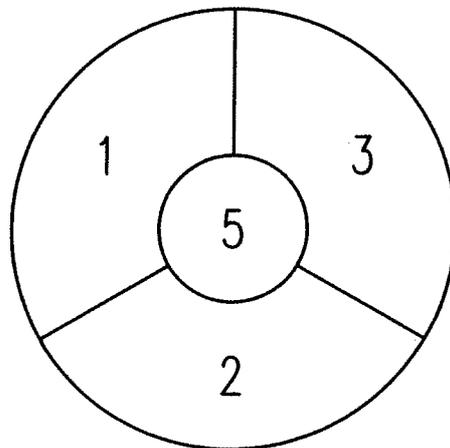
**MATHEMATIK II (Geometrie und Statistik)**

Kandidaten-Nummer:	.....
NAME:	.....
Vorname:	.....

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.  
*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*

1. Gegeben sind die Menge  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 59, 60\}$  und die Menge  $P = 1 \cup \{p | p \text{ Primzahl}\} = \{1, 2, 3, 5, \dots\}$ . Man zieht aus der Menge  $M$  zufällig eine Zahl und betrachtet folgende Ereignisse:
  - $A$ : Die gezogene Zahl ist in  $P$ .
  - $B$ : Die Quersumme (Summe der einzelnen Ziffern) ist in  $P$ .
  - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten die Ereignisse  $A$  und  $B$  auf? 4P
  - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die gezogene Zahl und ihre Quersumme in  $P$ ? 2P
  - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die gezogene Zahl in  $P$ , wenn man weiss, dass ihre Quersumme in  $P$  ist? 2P
  
2.
  - a) Wie lautet die Koordinatengleichung der Ebene  $E : P(15|0|0)Q(9|0|4)R(6|2|10)$ ? 2P
  - b) Eine Kugel  $K$  mit positiven Mittelpunktskoordinaten soll alle drei Rissebenen sowie die Ebene  $E$  berühren. Bestimmen Sie die Koordinaten ihres Mittelpunktes  $M$ . 3P
  - c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes  $B$  der Kugel  $K$  mit der Ebene  $E$ . 3P
  
3. Gegeben sind die Eckpunkte  $A(1|2|3)$ ,  $B(3|4|4)$  und  $C(7|4|6)$  eines Dreiecks im Raum.
  - a) Entscheiden Sie durch Rechnung, ob der in der Ebene  $ABC$  liegende Punkt  $P(6 | \frac{13}{3} | \frac{11}{2})$  innerhalb oder ausserhalb des Dreiecks  $ABC$  liegt. (Hinweis: Betrachten Sie die Lage der Punkte  $B$ ,  $C$  und  $P$  relativ zu  $A$ .) 2P
  - b) Berechnen Sie die Längen der Vektoren  $\overline{AB}$  und  $\overline{AC}$ . Berechnen Sie dann die Richtung der Winkelhalbierenden  $w_\alpha$  in ganzzahligen Komponenten. 3P
  - c) Bestimmen Sie den Schnittpunkt dieser Winkelhalbierenden mit der gegenüberliegenden Seite  $BC$ . 3P

4. Im üblichen  $xy$ -Koordinatensystem ist eine Ellipse mit der Gleichung  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  gegeben.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Brennpunktes  $F(x > 0|y)$  und die Gleichung jener Geraden  $g$  durch  $F$ , welche die Steigung 2 besitzt. 2P
  - Diese Gerade  $g$  und der Kreis  $x^2 + y^2 = 4$  haben zwei Punkte gemeinsam. Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S(x|y > 0)$ . 3P
  - Zeigen Sie, dass jene Gerade  $t$  durch  $S$ , welche senkrecht auf  $g$  steht, eine Tangente der Ellipse ist. Bestimmen Sie den Berührungspunkt und skizzieren Sie die Situation mit 2 Häuschen Einheit (8mm oder 10mm). 3P
5. Andreas spielt auf die unten abgebildete Dartscheibe und trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% in das Feld mit 5 Punkten und mit einer Wahrscheinlichkeit von je 20% in eines der anderen Felder mit 1 oder 2 oder 3 Punkten.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Andreas mit 3 Pfeilen mindestens 12 Punkte erzielt? 3P
  - Bei einem Preisschiessen mit einem Einsatz von 5 Franken müssen 3 Pfeile geworfen werden. Erzielt man mindestens 13 Punkte, gewinnt man den Einsatz und 15 Franken; bei einer Summe von 11 und 12 Punkten gewinnt man den Einsatz und 5 Franken; bei 10 oder weniger Punkten verliert man den Einsatz. Welchen mittleren Gewinn kann Andreas erwarten? 3P
  - Nun wirft Andreas 5 Pfeile. Wie viele Wurfbilder (Verteilungen der Pfeile auf die 4 Felder) sind jetzt möglich, wenn
    - die Pfeile unterscheidbar sind?
    - die Pfeile nicht unterscheidbar sind? 2P



Diese Aufgabenstellung ist mit der Arbeit abzugeben!