

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Herbst 2004****Anwendungen der Mathematik** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.  
(*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*)

1. In einem Hüttenwerk werden zwei Erzsorten  $E_1$  und  $E_2$  gemischt. Eine Tonne der Sorte  $E_1$  enthält von drei Bestandteilen  $B_1$ ,  $B_2$  und  $B_3$  je 0,1 Tonnen. Eine Tonne der Sorte  $E_2$  enthält von  $B_2$  0,1 und von  $B_3$  0,2 Tonnen. Die Mischung soll vom Bestandteil  $B_1$  mindestens 0,3 Tonnen, von  $B_2$  mindestens 1 Tonne und von  $B_3$  mindestens 1,4 Tonnen enthalten. Eine Tonne der Sorte  $E_1$  kostet Fr. 40.– und der Sorte  $E_2$  Fr. 30.–.
  - a) Wie sind die Sorten zu mischen, damit die Mischung möglichst preisgünstig wird?
  - b) Wie viel kostet dann eine Tonne der Mischung?
2.
  - a) Bestimme in der Gleichung  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x + a = 0$  den Wert des Koeffizienten  $a$  so, dass  $x = -2$  eine Lösung der Gleichung ist.
  - b) Zeige, dass die Gleichung noch genau drei weitere reelle Lösungen besitzt, und bestimme diese mit dem Newtonschen Verfahren auf drei Stellen genau nach dem Komma. Die einzelnen Schritte müssen erkennbar sein.
3. Gegeben sind eine Gerade  $g$  durch die Punkte  $P$  und  $Q$  sowie eine Kugel mit Mittelpunkt  $M$  und dem Radius  $r$ .

Bestimme eine Ebene, die die Gerade  $g$  enthält und die aus der Kugel einen Kreis vom Radius  $r^*$  herausschneidet. Bestimme auch den Kreismittelpunkt. Verlangt sind eine stereometrische Skizze (Schrägbild) und eine vollständige Beschreibung des stereometrischen Lösungsverfahrens oder eine rechnerische Lösung für  $P(27/22/0)$ ,  $Q(11/34/0)$ ,  $M(0/0/0)$ ,  $r = \sqrt{185}$  und  $r^* = 4$ .
4. Adam legt 9 verschiedene Karten mit der Bildseite nach unten auf den Tisch und deckt drei Karten auf. Dann mischt er alle Karten und legt sie wieder mit der Bildseite nach unten auf den Tisch. Jetzt deckt Eva drei Karten auf.
  - a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens eine gleiche Karte wie zuvor Adam aufdeckt?
  - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie genau eine gleiche Karte wie zuvor Adam aufdeckt?
  - c) Wie gross ist der Erwartungswert der Anzahl der gleichen Karten?