

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Frühjahr 2004****Anwendungen der Mathematik (deutsch)**

Kandidat.-Nr.

Name:
Vorname:

Für die Lösungen sind separate Blätter zu verwenden. Die Aufgabe 3 ist auf beiliegendem Blatt zu lösen

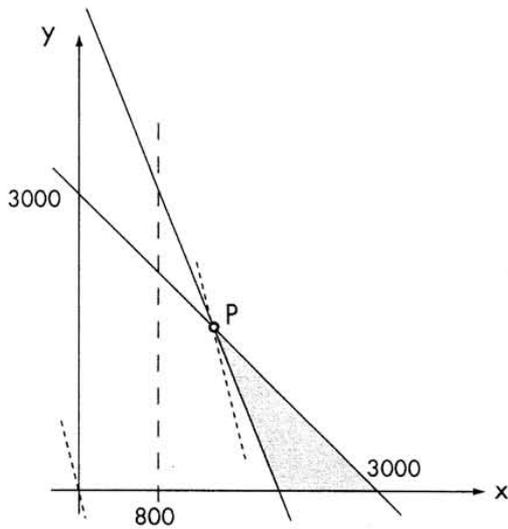
Alle Blätter, dieses Aufgabenblatt inbegriffen, sind am Schluss der Prüfung abzugeben.

1. Ein neues Bürogebäude mit einer Bodenfläche von 3000m^2 soll derart mit einem Kunststoffbelag versehen werden, dass die Anschaffungskosten möglichst gering sind. Es stehen drei Sorten zur Verfügung: eine Sorte A zu 30 Franken pro m^2 , eine Sorte B zu 15 Franken pro m^2 und eine Sorte C zu 10 Franken pro m^2 . Die Reinigungskosten betragen pro Jahr bei der Sorte A 5 Franken pro m^2 , bei B 8 Franken pro m^2 und bei C 10 Franken pro m^2 . Für die Reinigungskosten stehen im Jahr höchstens 20'000 Franken zur Verfügung. Zudem sollen mindestens 800m^2 mit der Sorte A belegt werden.
Wie sind die Beläge zu wählen?
2. Der Term $x^4 + 3x^3 + x^2 - 2x - 1$ ist für alle x grösser als eine gewisse Zahl k positiv.
Bestimme k mittels des Newtonschen Verfahrens auf vier Stellen nach dem Komma. Die einzelnen Schritte müssen erkennbar sein.
3. Eine Drehkegelfläche ist durch die Spitze $S(0/0/9)$, der auf der xy -Ebene senkrecht stehenden Achse a und den Punkt $T(-2/3/4)$ auf der Kegelfläche gegeben.
 - a) Gesucht ist eine Ebene durch den Punkt T , die die Kegelfläche in einer Parabel so schneidet, dass T der Scheitelpunkt der Parabel ist. Bestimme auch die Scheiteltangente. Verlangt sind eine stereometrische Skizze (Schrägbild) und eine Lösungsbeschreibung (stereometrisches Verfahren oder rechnerische Lösung).
 - b) Bestimme einen allgemeinen Parabelpunkt mit Tangente (nur Beschreibung des Vorgehens).
4. Drei Schützen A, B und C schießen abwechselungsweise in der Reihenfolge A, B, C, A, B, C, A, B, C, ... usw. auf eine Zielscheibe. Wer die Scheibe zuerst trifft, ist Sieger. Die Wahrscheinlichkeit, die Scheibe zu treffen, ist für alle Schützen für jeden Schuss gleich p .
Die Wahrscheinlichkeit, dass B siegt, ist $\frac{10}{39}$.

Lösungen!

Es werden für jede Aufgabe 8 Punkte erteilt, so dass ein Total von 32 Punkten erreicht werden kann.

1. x m² der Sorte A
 y m² der Sorte B



$$\begin{aligned} x &\geq 800 \\ y &\geq 0 \\ x + y &\leq 3000 \\ 5x + 2y &\geq 10\,000 \\ z = 4x + y &\text{ minimal (Zielfunktion)} \end{aligned}$$

Zeichnung 2

$$P(1333\frac{1}{3} / 1666\frac{2}{3}) \implies$$

1333 $\frac{1}{3}$ m² Sorte A, 1666 $\frac{2}{3}$ m² Sorte B,
 0 m² Sorte C 2

minimale Anschaffungskosten = 65 000.- 1 **8**

2. $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - 2x - 1$

Für $x \geq 1$ ist $f(x)$ immer positiv, für $x = 0$ negativ \implies grösste Nullstelle zwischen 0 und 1 1

x	f(x)	f'(x)
1	2	13
0.8462	0.3538	8.5594
0.8048	0.0216	7.5246
0.802	0.0001	7.4551
0.8019	2.17 E -9	7.4547
0.8019		

Newton (mit 1 beginnen) 2

Tabelle 3

$k = 0,80193$ 2 **8**

3.	gute und vollständige Skizze	2	
	stereometrische Lösung: Schnittebene parallel einer Tangentialebene τ : Beschreibung der Bestimmung von τ und der Schnittebene α	2	
	Parabelachse	1	
	Scheiteltangente	1	
	allgemeiner Punkt mit Tangente	2	8
	oder rechnerisch: gute und vollständige Skizze	2	
	z.Bsp. T an der Achse spiegeln $\implies T^*(2/-3/4)$ und		
	Achsenrichtung $\vec{ST}^* = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$	1	
	Parabelachse $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$	1	
	Richtung der Scheiteltangente = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder direkt aus spezieller Disposition	1	
	Scheiteltangente $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	1	
	allgemeiner Punkt mit Tangente (Beschreibung)	2	8
4.	Baum mit Nichttreffer und Treffer für B	2	
	unendliche geom. Reihe: $(1-p)p + (1-p)^2p + \dots$	2	
	$\frac{(1-p)p}{1-(1-p)^3} = \frac{10}{39}$	1	
	$\implies 10p^2 + 9p - 9 = 0 \implies p_1 = 0.6$	2	
	$p_2 = -1.5$ keine Lösung	1	8