

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Frühjahr 2006****MATHEMATIK** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.  
(*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*)

1. Von einem Punkt  $P(x/y)$  im ersten Quadranten der  $xy$ -Ebene sieht man die Strecke  $A(-3/2)B(3/10)$  unter einem rechten Winkel. Ferner hat der Punkt  $P$  von der Geraden  $g : y = -\frac{3}{4}x + \frac{17}{2}$  den Abstand 5. Bestimmen Sie die Koordinaten von  $P$  und kontrollieren Sie die Rechnung mit einer Zeichnung.
2. Bestimmen Sie vom Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - x - 6}{2x^2 + 1}$$

die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, die Gleichung der Asymptote sowie Schnittpunkt und Schnittwinkel mit der Asymptoten.

3. Es bezeichne  $\mathcal{P}$  die Schar der Parabeln mit einer Gleichung der Form  $y = x^2 + bx + c$ , deren Scheitel sich auf der Strecke  $A(-4/0)B(4/8)$  befindet.
  - a) Zeigen Sie, dass die Parabel  $p : y = x^2 - 6x + 16$  zu  $\mathcal{P}$  gehört.
  - b) Wo liegt der Scheitel jener Parabel aus  $\mathcal{P}$ , sodass der Flächeninhalt zwischen der Parabel und den Geraden  $x = 4$ ,  $x = -4$  und  $y = 0$  am kleinsten ist?
4. Zwei unabhängige Kurzaufgaben
  - a) In einer Urne befinden sich acht Kugeln mit den Buchstaben des Wortes WEISHEIT. Zieht man nun nacheinander ohne Zurücklegen drei Kugeln, so entsteht ein Wort (z.B. SEE). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Wort ETH ergibt, und wie viele Wörter können total entstehen?
  - b) In der komplexen Ebene (Gauss-Ebene) sind die Drehungen  $D_1$  (Drehpunkt  $O$ , Drehwinkel  $+60^\circ$ ) und  $D_2$  (Drehpunkt  $1 + i$ , Drehwinkel  $+90^\circ$ ) gegeben. Wie lauten die zu diesen Abbildungen gehörenden komplexen Funktionen und wo ist der Drehpunkt der Drehung  $D_2 \circ D_1$  (zuerst  $D_1$  und dann  $D_2$ )?